Statique des fluides – TD

Exercice 1 : Questions de cours

On considère une particule de fluide au repos de masse volumique ρ, de volume $\mathrm{d}V = \mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z$, dans un champ de pesanteur $\vec{g}$, qui est comprise entre les abscisses x et $x + \mathrm{d}x$, les ordonnées y et $y + \mathrm{d}y$ et les côtes z et $z + \mathrm{d}z$.

1. À l'aide d'un bilan de forces sur cette particule de fluide, établir la relation de la statique des fluides.

On assimile l'air à un gaz parfait de masse molaire $M_{\text{air}} = 29\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ à la température uniforme $T_0 = 15°\text{C}$. On note z l'axe vertical ascendant, avec $z = 0$ le niveau de la mer où règne la pression atmosphérique P_{atm}.

2. Établir le champ de pression $P(z)$ de l'atmosphère isotherme.

Exercice 2 : Équilibre hydrostatique en rotation

Un verre contenant de l'eau est mis en rotation autour de l'axe (Oz) vertical à la vitesse angulaire ω constante par rapport au référentiel terrestre R_0. La surface de l'eau se creuse alors par effet de la force centrifuge, et le but de cet exercice consiste à déterminer l'équation de l'interface air-eau.

On étudie pour cela l'équilibre statique du fluide dans le référentiel R lié au verre, qui est en rotation par rapport au référentiel terrestre R_0, et n'est donc pas galiléen. On admet alors que l'étude dans ce référentiel R est identique à celle dans un référentiel galiléen, à condition de remplacer l'accélération de la pesanteur $\vec{g}$ par $\vec{g}' = (\vec{g} + \omega^2\, r\, \vec{e}_r)$ en coordonnées cylindriques.

1. Pourquoi n'est-il pas possible d'appliquer la relation de la statique des fluides dans le référentiel terrestre R_0 ?

2. Écrire la relation de la statique des fluides dans le référentiel R.

On considère que la pression à l'interface air-eau au centre du verre ($r = 0$ et $z = z_0$) est égale à la pression atmosphérique P_0.

3. Déterminer l'expression du champ de pression dans le verre.

4. Déterminer l'équation de l'interface eau-air, puis décrire le type de surface obtenue.

Exercice 3 : Origine de la poussée d'Archimède

On considère un cube de côté a et de masse volumique ρ totalement immergé dans un fluide de masse volumique ρ_{f} que l'on suppose incompressible. On note P_{sup} (respectivement P_{inf}) la pression du fluide sur la face supérieure (respectivement inférieure) du cube.

1. Exprimer la résultante des forces de pression qui s'exerce sur le cube en fonction de P_{sup}, P_{inf} et a.

2. À l'aide de la relation de la statique des fluides, exprimer cette résultante en fonction de a, ρ_{f} et g.

3. Comparer cette expression à celle de la poussée d'Archimède subie par le cube, puis conclure sur l'origine de la poussée d'Archimède.

4. À quelle condition le cube tend-il à s'élever dans le fluide ?

Exercice 4 : Atmosphère adiabatique et polytropique

Cet exercice propose d'envisager un autre modèle d'atmosphère que celui de l'atmosphère isotherme, qui ne permet pas d'expliquer les variations de températures observées expérimentalement. On assimile l'air à un gaz parfait diatomique de masse molaire $M = 29{,}0\,\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$, dont on rappelle que la valeur du coefficient adiabatique est $\gamma = \dfrac{7}{5}$. On note (Oz) l'axe vertical ascendant, avec $z = 0$ le niveau du sol où la température est $T_0 = 15°\text{C}$ et la pression est $P_0 = 1{,}0\,\text{bar}$.

On suppose dans un premier temps que les transformations de l'air dans l'atmosphère sont adiabatiques et réversibles.

1. Montrer que le produit $P\,T^{\alpha}$ est constant, avec α une constante à exprimer en fonction de γ.

2. En déduire la relation suivante :

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = \frac{\gamma\,P(z)}{(\gamma-1)\,T(z)}\,\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z}.$$

3. À l'aide de la relation de la statique des fluides, déterminer l'expression du profil de température $T(z)$.

4. En déduire l'expression du profil de pression $P(z)$.

5. Calculer la température et la pression à 10 km d'altitude avec ce modèle adiabatique.

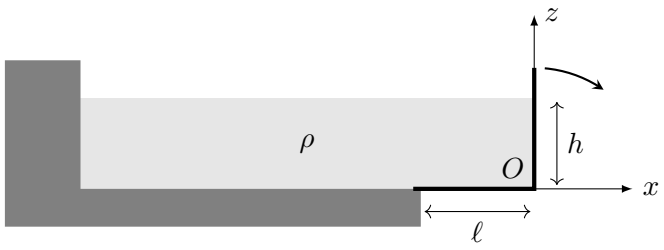
Les transformations réelles au sein de l'atmosphère ne sont en fait ni isothermes ni adiabatiques, mais polytropiques. Elles vérifient alors la relation $P\,V^{q} = \text{cste}$, avec $q = 1{,}2$ le coefficient polytropique.

6. Déterminer, sans calcul, l'expression des profils $T(z)$ et $P(z)$ pour ce modèle polytropique.

7. Calculer la température et la pression à 10 km d'altitude avec ce modèle polytropique.

Exercice 5 : Vidange automatique

Un bassin de largeur b selon l'axe (Oy) est rempli d'eau de masse volumique ρ sur une hauteur h, comme représenté ci-dessous. Il est fermé par une structure constituée de deux panneaux perpendiculaires formant un « L », qui peut basculer autour de l'axe (Oy). L'une de ses faces est en contact avec l'eau, tandis que l'autre est en contact avec l'air à la pression atmosphérique.



1. Établir l'expression du moment scalaire par rapport à l'axe (Oy) résultant des forces de pression exercées sur la structure.

2. En déduire que la structure pivote au-delà d'une certaine hauteur d'eau $h_{\max}$, que l'on exprimera en fonction de ℓ, entrainant la vidange du bassin.

Exercice 6 : Pression au sommet des monts

Un alpiniste lit sur un site internet : « La pression atmosphérique au sommet du mont Everest est environ égale à la moitié de celle au sommet du mont Blanc ».

Le sommet du mont Everest se situe à une altitude de 8 848 m et présente une température annuelle moyenne de -27°C. Le sommet du mont Blanc se situe à une altitude de 4 809 m et présente une température annuelle moyenne de -15°C.

1. À l'aide d'un modèle basé sur des hypothèses simples, indiquer si cette information semble correcte ou non.